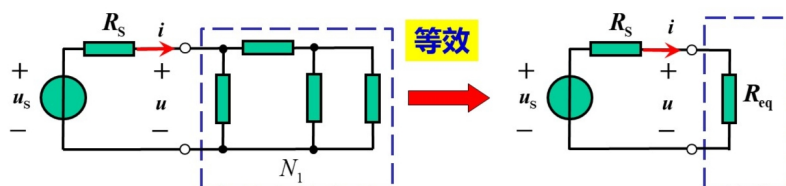


第2章 电阻电路的等效变换和化简

• 2.1 等效电路的概念

• 等效 (equivalence)

电阻网络 N_1 被等效电阻 R_{eq} 代换，代换前后被代换部分端钮处的电压和电流保持不变，即有相同的 $u-i$ 关系(即端口方程)。



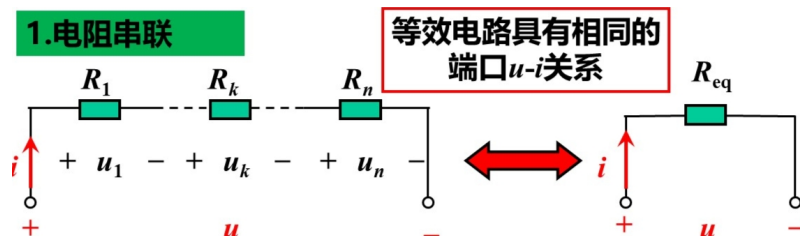
外电路的电压和电流不变，对外等效

- 等效为“**对外等效**”，等效电路内部不等效
- 等效变换的条件：两个电路具有**相同的VCR**
- 等效变换的目的：**简化内部电路**，求未变化的外电路 N 中的电压、电流和功率等

• 2.2 电阻的串联和并联

• 1.电阻串联 本质：有一个公共的电流

1.电阻串联



KVL $u = u_1 + u_2 + \dots + u_k + \dots + u_n$

欧姆定律 $u_k = R_k i \quad (k=1, 2, \dots, n)$ 等效电阻 R_{eq}

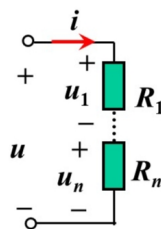
$u = (R_1 + R_2 + \dots + R_k + \dots + R_n) i$ $u = R_{eq} i$

$R_{eq} = R_1 + R_2 + \dots + R_n$

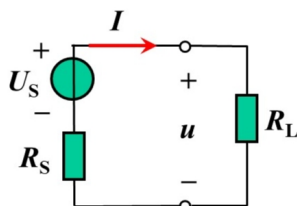
串联电阻元件的分压

$$\frac{u_k}{u} = \frac{R_k i}{R_{eq} i} = \frac{R_k}{R_{eq}}$$

$$u_k = \frac{R_k}{R_{eq}} u$$



电阻越大，压降越大



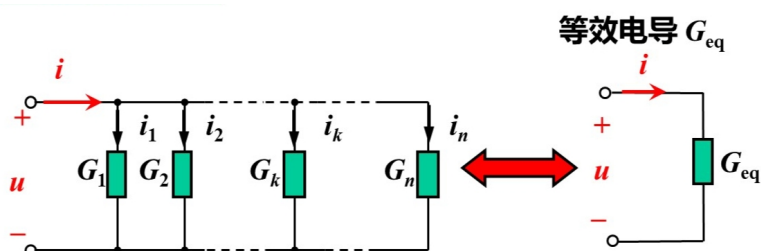
$$u = \frac{R_L}{R_L + R_S} U_S$$

U_S : 电压形式表示的信号源

负载电阻 R_L 相对越大，负载上得到的信号越大

电压源内阻 R_S 相对越小，为负载提供信号的能力越强

2. 电阻并联 本质：有一个共同的电压



KCL $i = i_1 + i_2 + \dots + i_k + \dots + i_n \quad i_k = G_k u$

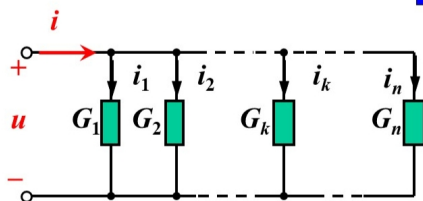
$$= uG_1 + uG_2 + \dots + uG_n = u(G_1 + G_2 + \dots + G_n) = u G_{eq}$$

$$G_{eq} = G_1 + G_2 + \dots + G_n$$

并联电阻器的分流

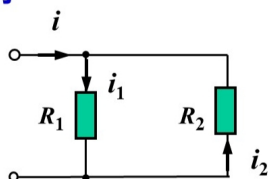
$$\frac{i_k}{i} = \frac{G_k u}{G_{eq} u} = \frac{G_k}{G_{eq}}$$

$$i_k = \frac{G_k}{G_{eq}} i$$



电导越大（电阻越小），电流越大。

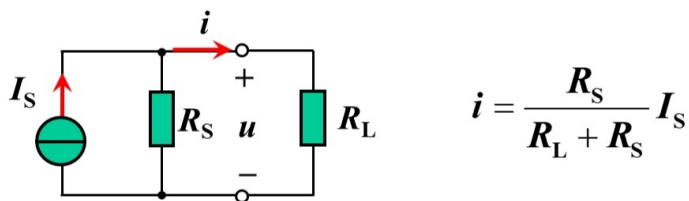
例



$$i_1 = \frac{1/R_1}{1/R_1 + 1/R_2} i = \frac{R_2}{R_1 + R_2} i$$

$$i_2 = \frac{-1/R_2}{1/R_1 + 1/R_2} i = \frac{R_1}{R_1 + R_2} i$$

参考方向!

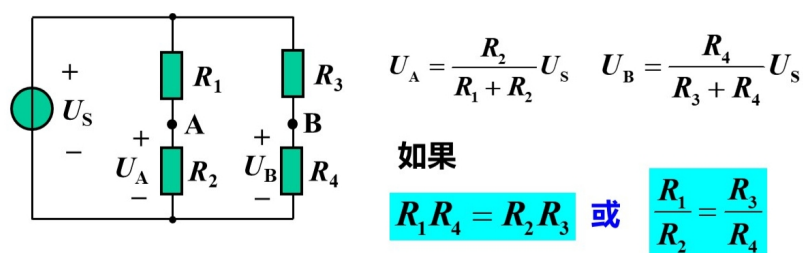
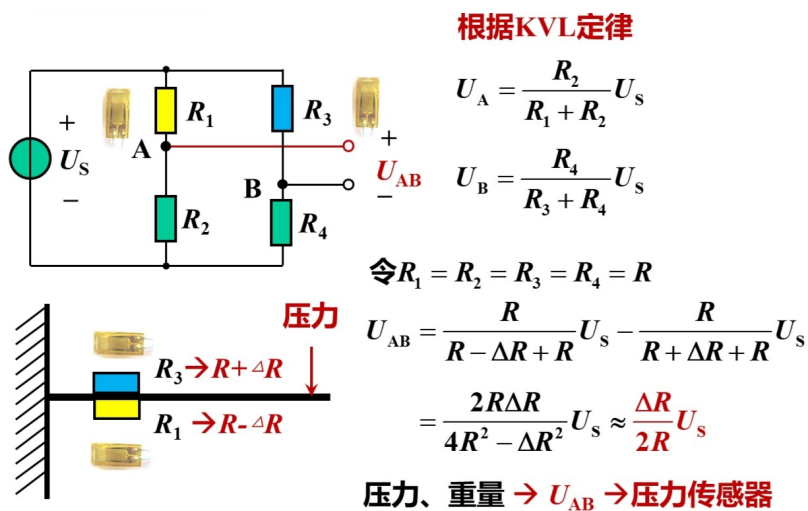


I_S : 电流形式表示的信号源

负载电阻 R_L 相对越小, 负载上得到的信号越大

电流源内阻 R_S 相对越大, 为负载提供信号的能力越强

3. 电桥电路

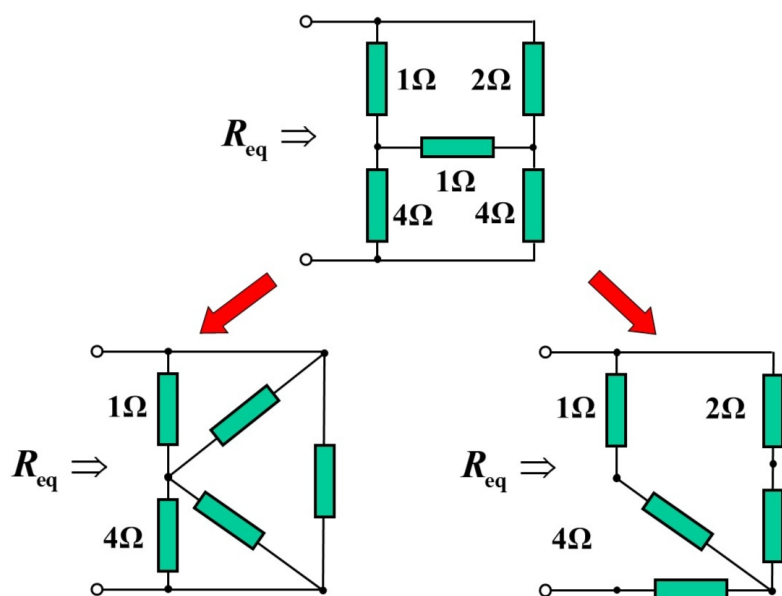


$$U_A = \frac{R_2}{R_1 + R_2} U_S = \frac{R_2}{\frac{R_2 R_3}{R_4} + R_2} U_S = \frac{R_4}{R_3 + R_4} U_S = U_B$$

等电位点: A-B间(开路)电压为零, 成为平衡电桥。

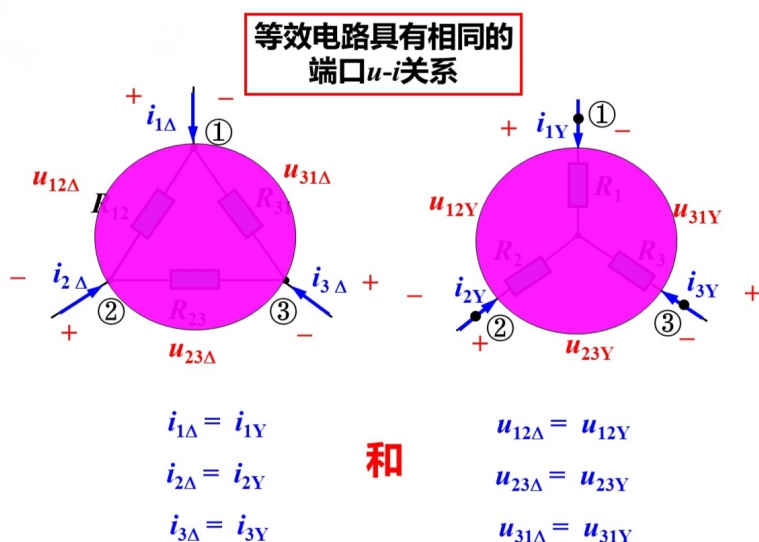
等电位点间接任意电阻(含开短路)不影响电路的电压电流分布

2.3 电阻的星形与三角形连接及其等效互换

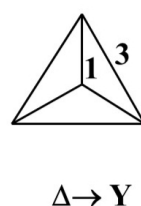
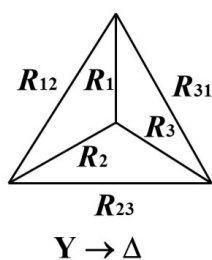


基本要求：掌握电阻的星形和三角形连接的等效原理和等效变换公式，并能应用这些等效变换规律计算电路。

- Δ -Y等效条件：



- 特别是： Δ 或Y的三个电阻具有相同阻值



$$R_{\Delta} = 3R_Y$$

$$\begin{aligned} R_{12} &= \frac{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_3 R_1}{R_3} \\ R_{23} &= \frac{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_3 R_1}{R_1} \\ R_{31} &= \frac{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_3 R_1}{R_2} \end{aligned}$$

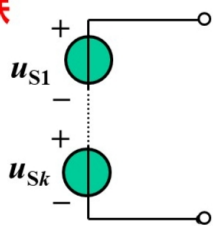
$$\begin{aligned} R_1 &= \frac{R_{12} R_{31}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}} \\ R_2 &= \frac{R_{23} R_{12}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}} \\ R_3 &= \frac{R_{31} R_{23}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}} \end{aligned}$$

- 2.4 电源的串联和并联

基本要求：掌握串、并联等效变换的方法

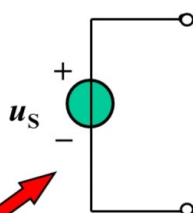
- 1.理想电压源的串联

串联

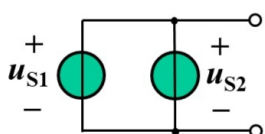


$$u_S = \sum u_{Sk}$$

等效



并联

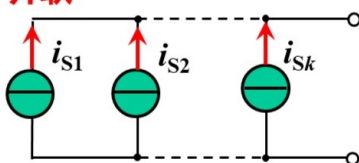


$$u_S = u_{S1} = u_{S2}$$

$u_{S1} \neq u_{S2} ?$

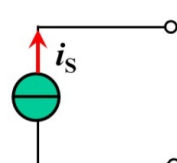
- 2.理想电流源的并联

并联

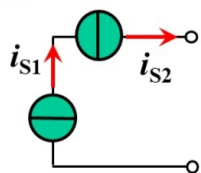


$$i_S = \sum i_{Sk}$$

等效



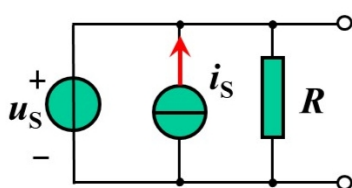
串联



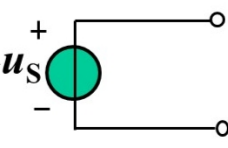
$$i_S = i_{S1} = i_{S2}$$

$i_{S1} \neq i_{S2} ?$

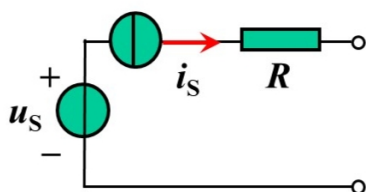
- 3.电压源并联其它元件



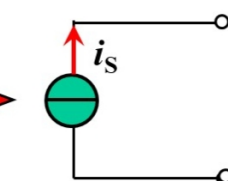
等效



- 4.电流源串联其它元件



等效

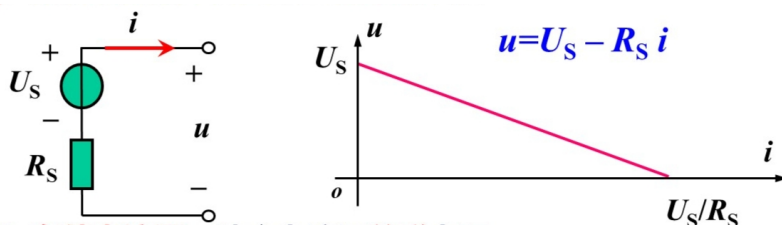


- 2.5 含源电阻电路的等效变换

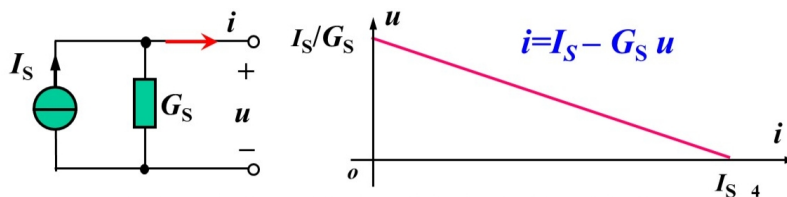
基本要求：掌握有伴电压源和有伴电流源等效变换的方法

- 1.有伴电源

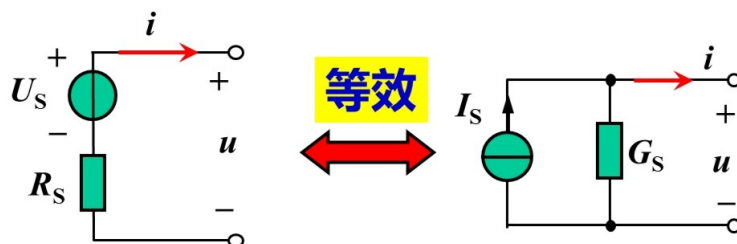
- 1) 有伴电压源：独立电压源串联电阻



- 2) 有伴电流源：独立电流源并联电阻



- 3) 有伴电压源和有伴电流源等效互换



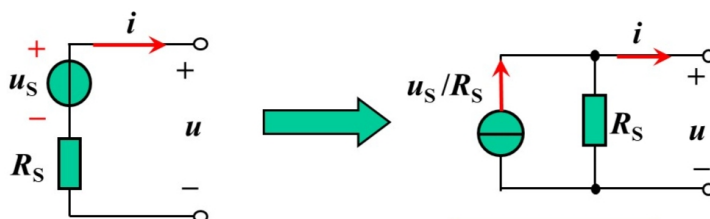
$$u = U_S - R_S i = I_S / G_S - i / G_S$$

若两者等效，则对外的电压、电流关系应一致，可得

$$I_S = U_S / R_S, \quad G_S = 1 / R_S$$

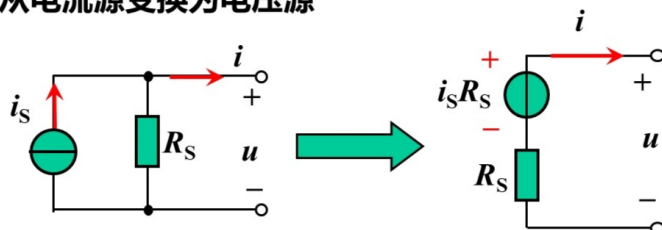
从电压源变换为电流源

等效的相对性



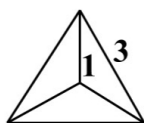
注意参考方向

从电流源变换为电压源



- 小结

➤ 电桥不平衡时，采用 $Y \leftrightarrow \Delta$ 等效变换



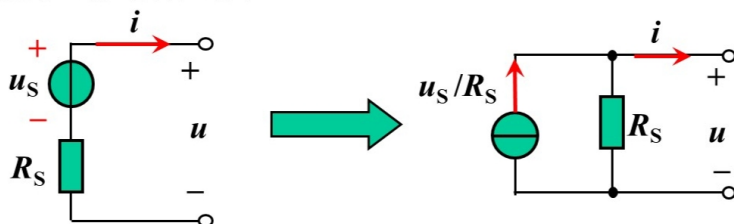
$$R_{\Delta} = 3R_Y$$



➤ 电压源并联其他元件，等效为该电压源

➤ 电流源串联其他元件，等效为该电流源

➤ 有伴电源等效互换

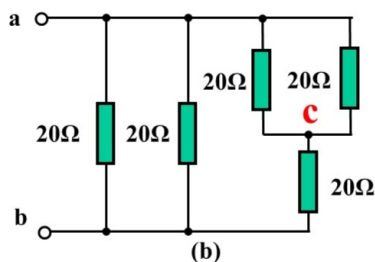
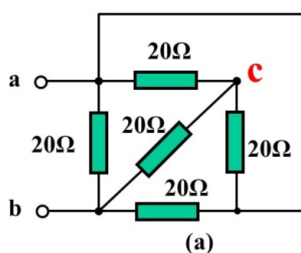


• 2.6 简单电阻电路的分析

• 例题

• 2.6

求图示电路的等效电阻。



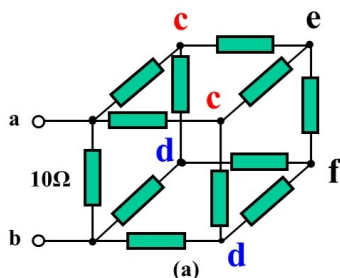
解：先找等电位点，按节点顺序重新整理得到图(b)

$$R_{ab} = 20 // 20 // 30 = 7.5\Omega$$

• 2.7

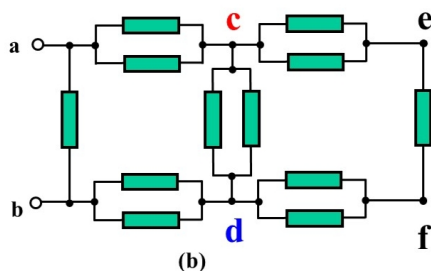
求图示电路的等效电阻。

解：先找等电位点，按节点顺序重新整理得到图(b)

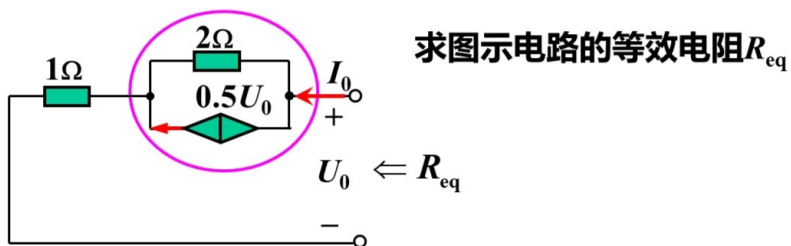


$$R_{ab} = [(5 + 10 + 5) // 5 + 5 + 5] // 10$$

$$R_{ab} = 14 // 10 = 35 / 6$$



• 2.9



解：设端口加载一个电压源大小为 U ，输入电流为 I

$$U_0 = 2 \times (I_0 - 0.5U_0) + 1 \times I_0$$

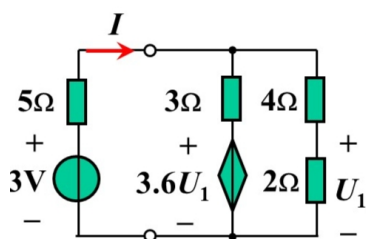
$$2U_0 = 3I_0$$

$$\therefore R_{eq} = R_0 = \frac{U_0}{I_0} = \frac{3}{2} = 1.5\Omega$$

• 2.10

电路如图所示，求电流 I 。

解：设端口加载一个电压源 U_0 ，输入电流为 I_0 ，则



$$U_0 = 4I_1 + U_1 = 3I_2 + 3.6U_1$$

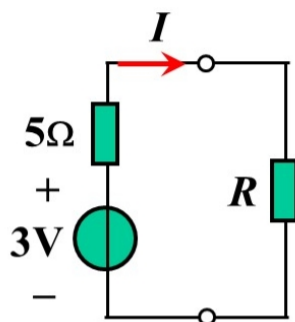
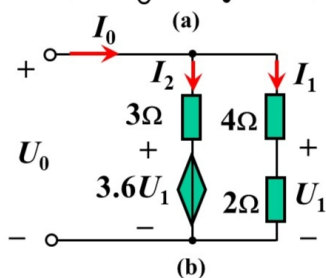
$$I_1 = \frac{U_1}{2}$$

$$I_0 = I_1 + I_2$$

$$\therefore I_0 = 0.6I_1$$

$$U_0 = 6 \times \frac{5}{3} I_0$$

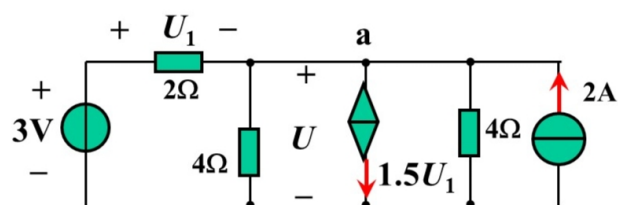
$$\therefore R = R_0 = \frac{U_0}{I_0} = 10\Omega$$



$$\therefore I = \frac{3}{5+10} = 0.2A$$

• 2.11

求图示电路中的电流 I_1 和 I_2 ，及两个独立电源的功率。

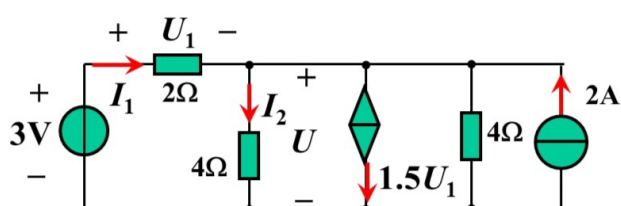


解：在a节点列KCL方程有

$$\frac{U}{4} + 1.5U_1 + \frac{U}{4} = \frac{U_1}{2} + 2$$

$$U_1 + U = 3V$$

两式联立，解得 $U = 2V$ ， $U_1 = 1V$



进一步可以解得

$$I_1 = \frac{3-U}{2} = 0.5A \quad I_2 = \frac{U}{4} = 0.5A$$

$$P_V = 3 \times 0.5 = 1.5W(\text{发出}) \leftrightarrow \text{非关联}$$

功率守恒

$$P_A = 2 \times 2 = 4W(\text{发出}) \leftrightarrow \text{非关联}$$

$$P_{2\Omega} = 0.5W(\text{吸收}) \quad P_{4\Omega\text{左}} = 1W(\text{吸收}) \quad P_{4\Omega\text{右}} = 1W(\text{吸收})$$

$$P_{\text{受}} = 1.5 \times 1 \times 2 = 3W(\text{吸收}) \leftrightarrow \text{关联}$$